Хроматическия функция графа. 21.07.2006. С.К.Ландо

0. Доказать, что количество правильных раскрасок в n цветов данного графа (т.е. раскрасок, при которых соседние вершины разноцветны) является многочленом от n. Он называется *хроматическим многочленом* $\chi_G(n)$.

1. Вычислить хроматический многочлен $\chi_G(n)$ цикла G длины k.

2. Нарисовать все двойные триангуляции пятиугольника и вычислить их хроматические многочлены. *Двойная триангуляция* — объединение двух не совпадающих триангуляций. *Триангуляция* — разбиение многоугольника на треугольники непересекающимися диогоналями.

3. Доказать, что второй коэффициент в хроматическом многочлене равен числу ребер в графе, взятому со знаком минус.

4. (письменная) Доказать *теорему Татта:* Результат последовательного применения правила $G \to \{G-e, G/e\}$ (где $G-e$ — граф, полученный из G удалением ребра e, а G/e — граф, полученный из G стягиванием ребра e) не зависит от порядка ребер, к которым мы его применяем. Правило применяется до тех пор, пока не останутся только графы без звеньев (*звено* — ребро, не являющееся петлей).

Благодарность М. Андрееву за подготовку компьютерной версии.